

# 1. Festigkeitsberechnung

## 1.1 Einführung

Festigkeitsberechnung: Vergleich der aus der äußeren Belastung hervorgerufenen Beanspruchung eines Bauteils mit seiner Beanspruchbarkeit.

Relevant:

Festigkeitseigenschaften des Werkstoffes  
Gestalt und Abmessungen eines Bauteils

Festigkeitsnachweis:

statischer Festigkeitsnachweis, bei überwiegend statischer Beanspruchung und zum Nachweise der Festigkeit bei Maximalbeanspruchung  
dynamischer Festigkeitsnachweis (Schwingfestigkeitsnachweis), bei überwiegend dynamischer Beanspruchung. Hierzu gehören Dauerfestigkeitsnachweis und Betriebsfestigkeitsnachweis.

Festigkeitsgerechte Auslegung der Maschinenelemente:

- Gewährleistung von Sicherheit und Verfügbarkeit während der gesamten Betriebszeit, bei gleichzeitig wirtschaftlichem Material- Fertigungs- und Montageaufwand
- gegensätzliche Forderungen → KONFLIKT

Meistens wirken ungewollte Schwingungsbelastungen auf ein System ein.

Ursache: zeitlich veränderliche Kräfte aus Arbeits- Steuer und Regelvorgängen bei bestimmungsgemäßem Gebrauch (Beschleunigen, Bremsen eines Fahrzeugs

zusätzlich: Kräfte aus Umgebung (z.B. Windböen, Seegang)

Entstehende Kräfte aus Nutzung und Umgebung sind zeitlich veränderlich (dynamisch)

→ Technische Systeme sind schwingungsfähige Gebilde, die antworten auf diese veränderlichen Anregungen in ihren Eigenfrequenzen.

Dynamische Beanspruchungen unterscheiden sich hinsichtlich Amplitude, Frequenz und Phasenlage erheblich von denen der äußeren Anregung, wenn sie genügend weit von der Kräfteinleitungsstelle entfernt liegen.

Nur bei einigen Maschinen setzt man gezielt Schwingungen ein:

- Unwuchterregende Verdichtersysteme (Walzen, Vibrationsrammen,...)
- Schwingförderer
- Sieb- und Klassier(systeme) – maschinen

In allen anderen Fällen sind Schwingungen unerwünscht.

## 1.2 Gang und Schema einer Festigkeitsberechnung

*Grundsätzliches Vorgehen siehe Folie 26*

4 Arbeitsschritte sind nötig:

1. Bestimmung der wirkenden äußeren Belastungen ( eingeprägte Kräfte und Momente) nach Belastungsart (Zug, Druck, Biegung, Scherung, Torsion, Presseung), Größe, Richtung und zeitlichem Verlauf (statisch, dynamisch, stoßartig).
2. Berechnung der im Bauteil erzeugten Beanspruchungen (innere Spannungen) aufgrund der äußeren Belastungen, der Bauteilgeometrie und -abmessungen nach Belastungsart (s.o.), Größe, Richtung, Verteilung (homogen/inhomogen z.B. wegen Spannungskonzentrationen) und zeitlichem Verlauf.
3. Bestimmung der Beanspruchbarkeit des Bauteiles aus der unter den vorliegenden Betriebsbedingungen zulässigen Spannungen aus dem Werkstoffkennwert und dem Sicherheitsbeiwert S unter Berücksichtigung der möglichen Versagensart (Zug, Druck, Bieungn, Torsion, Pressung)
4. Vergleich der Beanspruchung  $\sigma_{\text{(vorhanden)}}$  (größte im Bauteil auftretende Spannung bzw. Vergleichsspannung gemäß 2. mit der Beanspruchbarkeit,  $\sigma_{\text{zulässig}}$  (zulässige Spannung gemäß 3.))  
→ Bauteil besitzt dann die erforderliche Festigkeit, wenn die vorhandene Spannung kleiner oder gleich der zulässigen Spannung ist

$$\sigma_{\text{(vorhanden)}} \leq \sigma_{\text{(zulässig)}} = \sigma_{\text{(Werkstofffestigkeit)}} / S_{\text{(erforderlich)}}$$

$$S_{\text{(erforderlich)}} = \sigma_{\text{(Werkstofffestigkeit)}} / \sigma_{\text{(vorhanden)}} > 1$$

### 1.3 Ermittlung von Lasten und Beanspruchungen

Äußere Kräfte und Momente müssen bekannt sein:

Bsp Lokomotive:

gegeben: Gewichtskraft

$$\rightarrow M_{t,rad} = F_u * r \quad r: \text{Radradius}$$

$$\text{Getriebeübersetzungen } i_{ges} = i_1 * i_2 * i_3$$

$$\rightarrow \text{Motormoment } M_{Motor} = i_{ges} * M_{t,rad} * i_{Anzahl}$$

## Linien(Last)kontakt

(skizze 1)

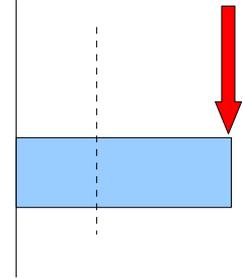
E...E-Modul

v...Querkontraktionszahl

Hertzsche Pressung ist relevant für die Aulegung von Wälzlagern sowie die Festigkeitsberechnung von Zahnflanken

### **1.3.5 Schubspannungen aus Querkräften (Schubspannungen)**

Neben Biegespannungen treten auch Schubspannungen im Querschnitt A auf.



Vernachlässigbar: bei langen schlanken Maschinenelementen  
(lange Wellen)

Nicht Vernachlässigbar: bei kurzen gedrungenen Bauteilen (querkraftbelastete Wellenenden, Bolzen, Nieten)

Schubspannungsverteilung über den Querschnitt  
z.B. Rechteckquerschnitt  
(Formel fehlt)

Skizze2

### **1.3.6 Schubspannungen aus Drehmomenten**

Torsionsspannungen, Verdrehspannungen

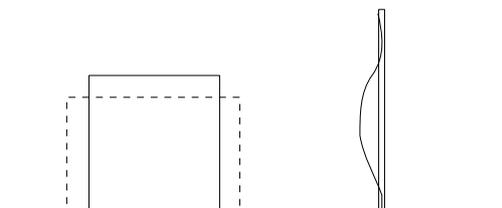
Skizze3

I...polares Trägheitsmoment

Wt...polares Widerstandsmoment

### **1.3.7 Knickspannungen**

Knicken ist ein Stabilitätsproblem (stabiles und instabiles Gleichgewicht) z.B. Druckbelastung



Bei Erreichen einer Grenzlast  $F_k$  erfolgt plötzliches schlagartiges Einknicken.  
 Bei dünnwandigen Profilen auch Beulen genannt

Zulässige Druckkraft:

$$F = \frac{F_k}{S_k} = \sigma * A = \frac{\sigma_k * A}{S_k}$$

$$S_k = \frac{\sigma_k}{\sigma} = \frac{F}{F_k} \text{ (normalerweise bei 3-5)}$$

$S_k$ ... Knicksicherheit

$\sigma_k$ ...Knickspannung

$F_k$ ...Knickkraft

Man unterscheidet zwei Instabilitätsbereiche abhängig von  $\sigma_k < \text{oder} > \sigma_{dP}$

$\sigma_{dP}$ ...Proportionalitätsgrenze  $\sim 0,8 \sigma_s$

1. Rein elastischer Knickbereich  $\sigma_k < \sigma_{dP}$

Ausgegangen wird von einem Balkenmodell

skizze

Aus der Gleichung der Biegelinie:

$$f(x) = \frac{e}{\cos(\lambda_1 * l)} * (1 - \cos \lambda_1 * x)$$

Es ergibt sich bei  $\lambda_1 * l = \pi/2$  eine Auslenkung  $f(x)$  über alle Grenzen (knicken) und man erhält damit die Knickkraft:

$$F_k = \frac{\pi^2 * E * I}{4l^2} = F_{kritisch}$$

Man definiert weiterhin:: Schlankheitsgrad  $\lambda$

$$\lambda = \frac{L_k}{\sqrt{\frac{I}{A}}}$$

Lk: freie Knicklänge (abhängig von der Einspannung des Bauteiles) Arbeitsheft GL – GFB2

I...kleinstes Flächenträgheitsmoment

A...Querschnittsfläche

$$\rightarrow \text{Euler Formel: } \sigma_k = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_k^2 * A} = \frac{\pi^2 * E}{\lambda^2}$$

$$\text{nach Einsetzen von A mit: } F = \frac{F_k}{S_k}$$

b) Knickung – elastisch-plastischer Bereich

Bereich nach Tetmajer

$$\sigma_k > \sigma_{dP}$$

$$\sigma_k = c_0 - c_1 * \lambda$$

c1, c2 werkstoffabhängige Konstanten

→ siehe Tabellenbuch Dubbel

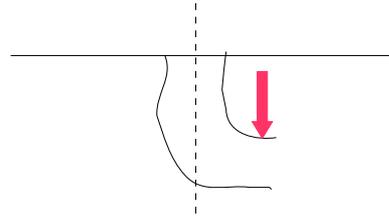
$$S_k = 1,75...4$$

Verhältnisse zwischen Knickung im Euler- und Tetmajerbereich siehe Grafik

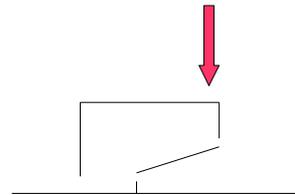
## 1.4 Behandlung zusammengesetzter Beanspruchungen

Beispiele:

a) Biegung mit Zug durch außermittige Längskraft



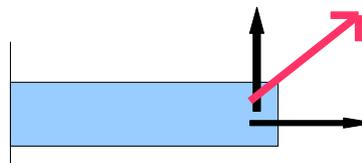
b) Biegung mit Druck durch außermittige Längskraft



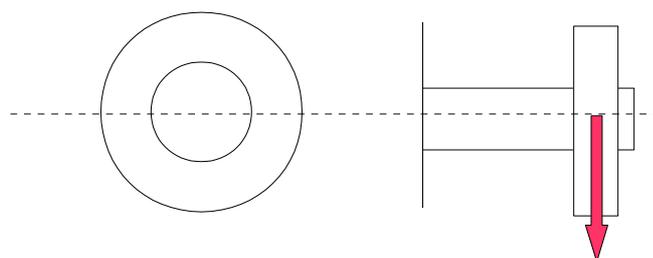
c) Biegung mit Schub bei Querkraftbiegung



d) Biegung mit Schub und Zug durch schräg angreifende Kraft



e) Biegung mit Schub und Torsion



### Überlagerung von gleichgerichteten Spannungskomponenten

- Normalspannungen aus Zug oder Druck und Biegung:

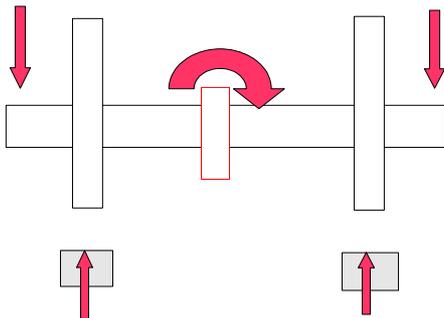
→ direkt überlagern (gilt im Hookschen Gesetz)

$$\sigma = \frac{F_z}{A} + \frac{M_{bx}}{I_x} * y - \frac{M_{by}}{I_y} * x$$

- ebenso bei Überlagerung von Schubspannungen aus Querkraft und Torsion, wenn diese auf einer Linie liegen (meist überwiegen Schubspannungen aus Torsion)

## Überlagerung von Normal- und Schubspannungskomponenten - Vergleichsspannungs- und Festigkeitshypothesen

Bsp: Eisenbahnratsatz, angetrieben



Aufgrund der Überlagerung von Biegung und Torsion entsteht ein mehrachsiger Spannungszustand:

Methode: Zurückführen des mehrachsigen Spannungszustandes auf einachsige Vergleichsspannung  $\sigma_v$

$\sigma_v$ : Normalspannung, die das Bauteil genauso beansprucht wie der reale mehrachsige Spannungszustand

Dazu Vergleichsspannungshypothesen (hier für dn ebenen Spannungszustand)

1. Bei spröden Werkstoffen schlagartige Belastung (Trennbruch):

→ Normalspannungshypothese (NH)

$$\sigma_{V,NH} = 0,5 (|\sigma_{zd} + \sigma_b| + \sqrt{(\sigma_{zd} + \sigma_b)^2 + 4\tau^2})$$

2. Bei verformbaren (duktilen) Werkstoffen, Schwingungsbeanspruchungen

→ Gestaltänderungshypothese (GEH), auch v.Mises-Hypothese genannt

(Gleichsetzen der Energie/Arbeit durch Gleichungen in den Gitterebenen deim einachsigen und mehrachsigen Spannungszustand)

$$\sigma_{V,GEH} = \sqrt{(\sigma_{z,D} + \sigma_b)^2 + 3\tau^2}$$

3. bei duktilen Werkstoffe, statische Beanspruchung

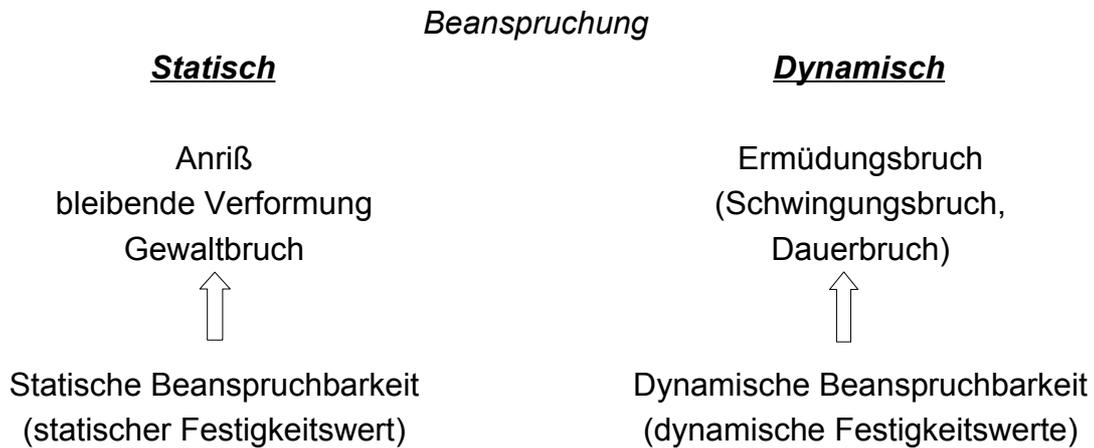
→ Schubspannungshypothese (SH)

$$\sigma_{V,SH} = \sqrt{(\sigma_{z,D} + \sigma_b)^2 + 4\tau^2}$$

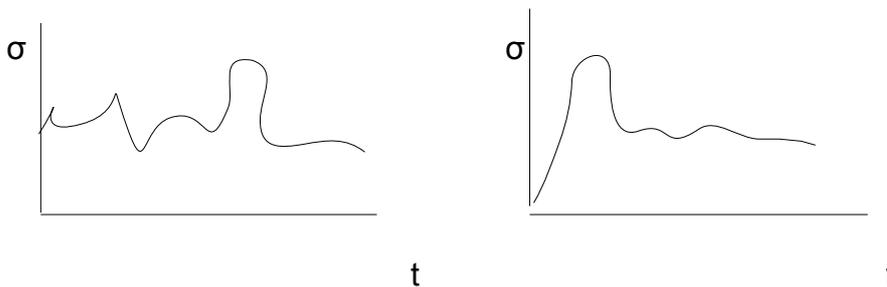
## 1.5 Ermittlung der Beanspruchbarkeit

$$\text{Sicherheit} = \frac{\text{Beanspruchbarkeit}}{\text{Beanspruchung}}$$

$$\text{Sicherheit} = \frac{\text{Festigkeitswert}}{\text{Spannung}}$$



### 1.5.1 Beanspruchbarkeit bei statischer Belastung (Maximalbelastung)



Kennwerte erhält man durch Werkstoffprüfversuch

z.B. Zugversuch und Aufnahme des  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verhaltens an genormten Proben

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad F \text{ wird zügig erhöht, } \epsilon \text{ wird gemessen}$$

(Diagramm Zugversuch Folie 50)

$R_e(\sigma_s)$  – Streckgrenze (Beginn des Fließens)

$R_m(\sigma_B)$  – Zugfestigkeit

$R_{p0,2}(\sigma_{0,2})$  – 0,2% Dehngrenze

Spannungs-Dehnungsdiagramm verschiedener Werkstoffe (Stähle)

(Folie 50)

Zusammenhang (Biegung/Zug – Torsion)

$$\tau_F = 0,6 * R_e \quad (0,6 * \sigma_s) \quad \tau_F - \text{Torsionsfließgrenze}$$

$$\tau_B \approx R_m$$

$$\sigma_{bF} \sim R_e \quad (\text{Stützwirkung})$$

$$\sigma_{bF} \sim R_m$$

## 1.5.2 Beanspruchbarkeit bei dynamischer Belastung

### Belastung

Technische Anlagen unterliegen zeitlich veränderlichen Belastungen (dynamisch), zusätzlich oft wenige Maximalbelastungen (statisch).

Belastungsrelevant und dargestellt in Belastungs-Zeit-Funktionen

### Standard-(Grund-)fälle

diagramm

3 Belastungsfälle nach Bach

Schwingende Belastung führt zu Werkstoffschädigung (Ermüdung) -> Anriß -> Ermüdungsbruch

Wichtig: auch Spannungen deutlich unterhalb der Streckgrenze  $\sigma_s$  bzw.  $R_{p0,2}(Re)$  können einen Ermüdungsbruch erzeugen

### Werkstoffwerte für dynamische Beanspruchung

1. Dauerfestigkeitsschaubild nach Wöhler (1819-1914)

Eisenbahnachsen brechen nach Belastungen deutlich unterhalb der statischen Kennwerte

*diagramme*

a) Bereich der statischen bzw. vorwiegend statischen Belastung – Begrenzung durch z.B Bruchfestigkeit  $R_m$  bei Zugbelastung

b) Zeitfestigkeitsbereich – Bereich abnehmender Festigkeit

b1): Kurzfestigkeit (Low-Cycle-Fatigue) LCF  $10^1 - 10^2 \dots 10^3 \dots 10^4$

b2): Zeitfestigkeit (High-Cycle-Fatigue) HCF  $10^3 \dots 10^4 - 10^6$

Bsp: für Bemessung von Bauteilen im Zeitfestigkeitsgebiet

z.B.: - Rückwärtsgang

- langsam laufende Getriebestufen in mehrstufigen Getrieben

- Luftfahrt

c) Dauerfestigkeitsbereich – annähernd gleichbleibende Festigkeit

Wöhlerversuch:

$$\sigma_m = const.$$

meist  $\sigma_m = 0$

->Dauerfestigkeitswert  $\sigma_0$

->Wechselfestigkeit  $\sigma_w$

2. Auftrag von Dauerfestigkeitswerten bei unterschiedlichen Mittelspannungen

→ Dauerfestigkeitsschaubilder z.B Smith-Diagramm

Diagramm

Weitere Dauerfestigkeitsschaubild ->Haigh-Diagramm (siehe Folie)

# 1.6 Festigkeitsmindernde Einflüsse – Kerbwirkung, Oberflächen- und Größeneinfluss

Probenartige, glatte Bauteile --> Nennspannungen

$$\sigma_{Zdn} = \frac{F}{A} \quad \sigma_{Zdn,a} = \frac{F_a}{A}$$

$$\sigma_{bn} = \frac{M_b}{W_b} \quad \sigma_{bn,a} = \frac{M_{b,a}}{W_b}$$

$$\tau_n = \frac{M_t}{W_t} \quad \tau_{n,a} = \frac{M_{t,a}}{W_t}$$

Index a: Amplitude, Ausschlag wegen schwingenden Beanspruchungen

Technische Bauteile

→ Querschnittsänderungen

→ Kerben, Spannungskonzentrationen, Spannungsspitzen

Kerben führen zu verändertem Spannungsfluß

→ Anhäufung von Spannungsflußlinien (bzw. Kraftflußlinien)

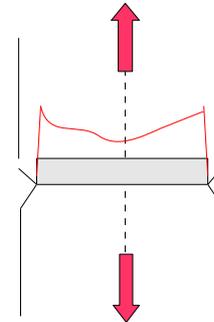
(siehe Folie 64)

$$\sigma_{Zn} = \frac{F}{A} \quad A: \text{Restquerschnitt in der Kerbe!}$$

$$\sigma_{\text{örtlich}} = \sigma_{\text{max}} = \alpha_{\sigma z} * \sigma_{Zn}$$

→ Formzahl, Kerbformzahl > 1

analog für Druck, Biegung und Torsion



Annahme: isotroper, homogener Werkstoff, z.B. Stahl

## 1.6.1 Formzahl $\alpha$

Formzahl  $\alpha$ : (früher  $\alpha_k$ )

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{nenn}}} \quad \alpha_{\tau} = \frac{\tau_{\text{max}}}{\tau_{\text{nenn}}}$$

Formzahl  $\alpha$  gibt das Verhältnis aus größter örtlicher Spannung zu Nennspannung an.

Formzahlen werden ermittelt:

- rechnerisch mit Hilfe der Elastizitätsgleichungen der Mechanik (R. Neuber, Kerbspannungslehre)
- rechnerisch (numerisch) mit FEM-BEM-Programmen
- experimentell spannungsoptisch oder holografisch, mit Dehnungsmeßstreifen

Formzahlen:

unabhängig von: - Werkstoff

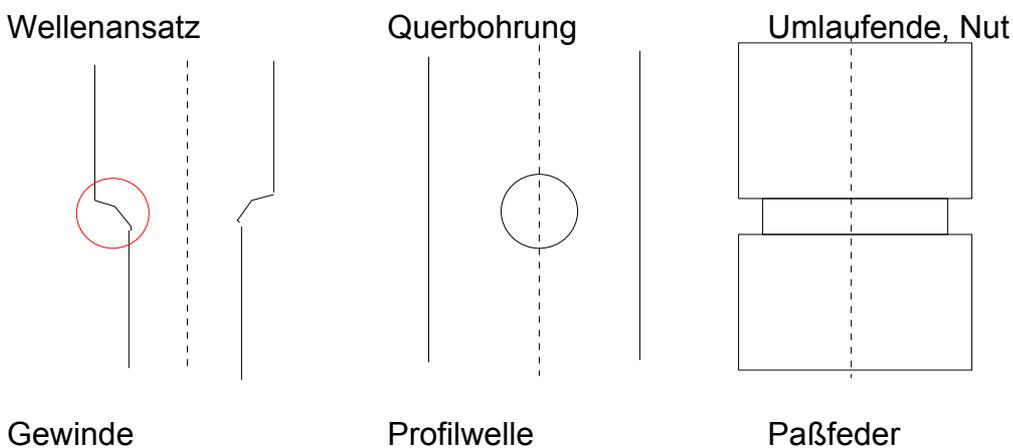
- Höhe der Belastung
- von geometrisch ähnlicher Veränderung der Größe des gekerbten Bauteils (kein Größeneinfluß)

abhängig von:

- Form der Kerbe
- Art der Beanspruchung (Zug/Druck , Biegung , Torsion)
- je schärfer die Kerbe, desto schärfer  $\alpha$

im Allgemeinen:  $\alpha_{\tau} \leq \alpha_{\sigma, Bieg} \leq \alpha_{\sigma, Zug}$

Beispiele von Kerben: (Kerbformen)



Gewinde, Profilwelle, Paßfeder

Mehrfachkerben:

Im Einflußbereich einer Kerbe liegt eine weitere Kerbe:

- Überlagerung der Kerbwirkung
- verstärkend (Überlastungskerbe) siehe Folie 72  
z.B. Querbohrung in Paßfedernut
- minderns (Entlastungskerbe)  
z.B mehrere Kerben nebeneinander

### 1.6.2 Kerbwirkungszahl $\beta$

Kerbformzahl in der Regel bei statischen beanspruchungen

Bei dynamischen Belastungen zeigt sich:

Die Wirkung der Spannungsspitzen auf die Tragfähigkeit des Bauteils ist nicht so groß, wie durch die Kerbformzahl  $\alpha$  ausgedrückt

Grund: Kein homogener Werkstoff, sondern Gefüge mit bestimmter Korngröße (kristalline Spannungsspitze verteilt sich auf mehrere Körner)

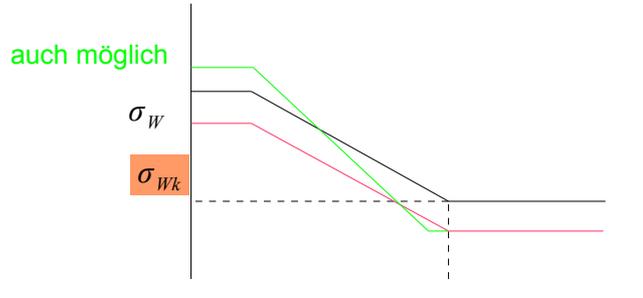
→ Abminderung der Spannungsspitze durch Mittragen (Stützen) geringer belasteter Nachbarbereiche (Mikrostützwirkung)

## Definition der Kerbwirkungszahl $\beta$

$$\beta = \frac{\text{Festigkeit des ungekerbten Bauteils (ertragbare Spannung)}}{\text{Festigkeit des gekerbten Bauteils (ertragbare Spannung)}}$$

$$\beta_{\sigma} = \frac{\sigma_{z,d,bW}}{\sigma_{z,d,bWk}}$$

$$\beta_{\tau} = \frac{\tau_{tW}}{\tau_{tWk}}$$



$\beta$  ist somit zunächst nur aus experimentellen Untersuchungen bestimmbar

Versuch der Herstellung eines Zusammenhangs zwischen Kerbformzahl alpha und Kerbwirkungszahl beta:

-> verschiedene Theorien:

- über Kerbempfindlichkeit (Verfahren nach Bollenrath und Troost)
  - über bezogenes Spannungsgefälle und Stützwirkung (Verfahren Siedel und Stiehl)
- DIN 743 zur Wellenberechnung

$$\beta_{\sigma,\tau} = \frac{\alpha_{\sigma,\tau}}{n} \quad n: f(G', \sigma_S) \quad G' \dots \text{bezogenes Spannungsgefälle}$$

## Bezogenes Spannungsgefälle $G'$ nach Formelsammlung FB8

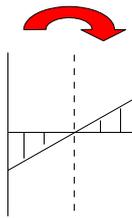
Maß für die Stützziffer  $n$

großes Spannungsgefälle

-> bei größerem Durchmesser

kleineres Gefälle

- Großes Spannungsgefälle --> große Stützwirkung



## Stützziffer

...empirisch aus Versuchen ermittelt, unterschieden nach:

Werkstoff mit oder ohne harter Randschicht!

N nach AH1 FB8

Damit auch stets  $\sigma_{\sigma,\tau} \leq \alpha_{\sigma,\tau}$

**Bestimmung von  $\beta_{\sigma,\tau}$**

a) Experimentell für ein bestimmtes Bauteil/-form aus  $\beta = \frac{FK_{ungekerbt}}{FK_{gekerbt}}$

(gültig genau genommen nur für dieses Bauteil – Größeneinfluss, Streuung)

*Auswahl in AH1 ab FB5*

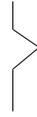
z.B.: Welle-Nabe-Verbindungen

Passfeder

Profilwellen

Presssitz

Umlaufende Spitzkerbe



b) Rechnerische Ermittlung (analytisch oder mit FEM, BEM) der Formzahl  $\alpha$  und Umrechnung auf empirischer Grundlage zu  $\beta$  *Auswahl in AH1 ab FB9*

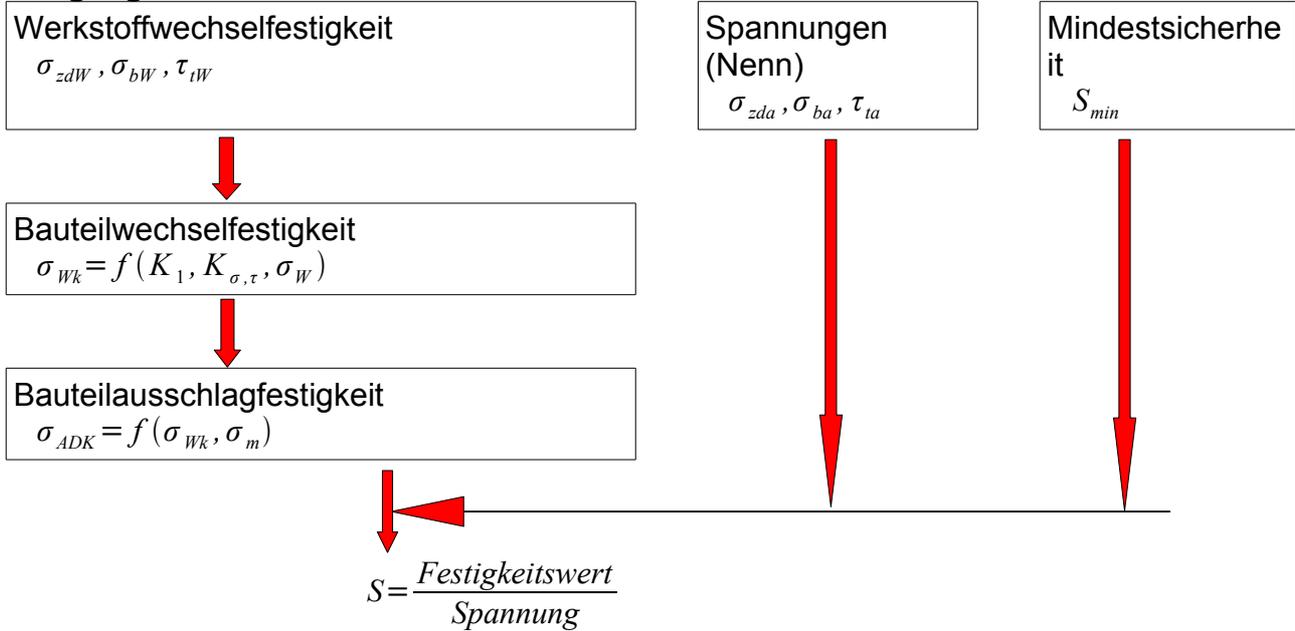
# 1.7 Tragfähigkeitsberechnung von Achsen und Wellen DIN 743

## 1.7.1 Sicherheit gegen Ermüdungsbruch (Dauerbruch)

Dauerfestigkeit:  $N > 3 \cdot 10^6$  Lastwechsel

### Übersicht zur Vorgehensweise

#### Ausgangswerte



Nennspannungen u.a. Pkt. 1.5

Mindestsicherheiten  $S_{min} = 1,2$  Erfasst Unsicherheiten, die sich aus dem Berechnungsverfahren ergeben

z.B.  $S = 1,4 \dots 2$

#### Werkstoffwechselfestigkeit (W) AH1 WS 2/3

- Kennwert für bestimmten Werkstoff
- gültig für einen bestimmten Probendurchmesser (Bezugsdurchmesser)  $d_B$
- Zug-/Druckbelastung  $\sigma_{zdW}(d_B)$
- Biegung  $\sigma_{bW}(d_B)$
- Torsion  $\tau_{tW}(d_B)$
- im Smith-Diagramm (für  $d_B$ )

#### Bauteilwechselfestigkeit (WK) AH1 FB5

„Werkstoff“  $\longrightarrow$  „Bauteil“ Beanspruchung weiterhin wechselnd!

- Größe
- Gestalt (Kerbe)
- Oberfläche

Diagramm z.B. für Biegung  $\sigma_{bWK} = \frac{(\sigma_{bW}(d_B) * K_1(d_{eff}))}{K_\sigma}$

$K_1(d_{eff})$  - Technologische Größeneinflussfaktor berücksichtigt, dass das Bauteil einen  $\varnothing d_{eff}$  gegenüber  $d_B$  der Probe hat.  
 Grund: Auswirkung der Wärmebehandlung (Besonders Ankühlbedingungen unterschiedlich)  
 - großes Bauteil lässt sich nicht so hoch vergüten, auch beim Einsatzhärten wird nicht die gleiche Festigkeit erreicht  
 unterschiedliches Gefüge im Kern und Rand  
 deshalb auch:  
 für  $d_{eff}$  größten  $\varnothing$  verwenden!  
 Ausnahme: vorgeschmiedete Teile

$K_\sigma$  - Gesamteinflussfaktor FB5  
 (Berücksichtigt Kerben, geom.- und Spannungsk.)  
 z.B. für Biegung oder Zug/Druck

$$K_\sigma = \left( \frac{\beta\sigma}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) * \frac{1}{K_V}$$

$K_2(d)$  - Geometrischer Größeneinflussfaktor FB14  
 (bei großen Durchmesser wird  $\sigma_{bW}$  zu  $\sigma_{zdW}$  bsp)

$K_{F\sigma}$  - Einflussfaktor für die Oberflächenrauheit (kleine Kerben!)

$K_V$  - Einflussfaktor für Oberflächenverfestigung  
 (berücksichtigt veränderte Härte und Eigenspannungen (Druckspannungen) der Randschicht durch das entsprechende technische Verfahren (Vergüten, Nitrieren, Kugelstrahlen, Rollen,...))

Bauteilausschlagsfestigkeit (ADK) FB4

Beanspruchungen im Bauteil im Allgemeinen nicht wechselnd, sondern schwingend

Aus Smithdiagramm bekannt: mit zunehmender Mittelspannung nimmt Ausschlagsfestigkeit ab!

Bauteilwechselfestigkeit  $\rightarrow$  Bauteilausschlagsfestigkeit

$$\sigma_{WK} \rightarrow \sigma_{ADK}$$

Man muss Beanspruchungsfälle unterscheiden:

Beanspruchungsfall F1:

$\rightarrow \sigma_m = const.$  ; z.B.: Fahrzeugachse, Verdichterschaufeln eines Rotors

Beanspruchungsfall F2:

Bei Überlastung im Betrieb ändern sich alle Spannungen proportional

$\rightarrow \frac{\sigma_u}{\sigma_o} = const.$  ; z.B. Getriebewellen

Formelmäßig siehe AH1 FB4

bei zusammengesetzter Beanspruchung:  $\sigma_{mV}$

## Sicherheit

(Sicherheit der Spannungen, Spannungssicherheit; keine Lebensdauersicherheit)

$$S = \frac{\text{Festigkeitswert}}{\text{Spannung}} = \frac{\sigma_{AD}}{\sigma_a * \frac{\alpha_\sigma}{n}} = \frac{\frac{\sigma_{AD}}{\alpha_\sigma} * n}{\sigma_a}$$

$$S_{Dvorh} = \frac{\sigma_{bADK}}{\sigma_{ba}} \quad \text{bei einfacher Beanspruchung (z.B. nur Biegung)}$$

über Vergleichspannungshypothese:

$$S_{Dvorh} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma_{ba}^2}{\sigma_{SADK}^2} + \frac{\tau_{ta}^2}{\tau_{tADK}^2}}}$$

Ableitung:  $\sigma_V = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2}$

$$\left(\frac{\sigma_V}{\sigma_{ADK}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{ADK}}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_t}{\sigma_{ADK}}\right)^2 \quad \text{mit} \quad \sigma_{ADK} \approx \sqrt{3}\tau_{ADK}$$
$$\left(\frac{1}{S_D}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{ADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t}{\tau_{ADK}}\right)^2$$

### 2.8.3 Sicherheit gegenüber bleibender Verformung, Anriss oder Gewaltbruch AH1 FB3

- Lastwechselzahlen  $N < 1000$   
(auch Sicherheit bei (wenigen) Maximalbelastungen)
- bei Wellen ist im Allgemeinen bleibende Verformung Kriterium!  
z.B. nur Biegung  $S = \frac{\sigma_{bFK}}{\sigma_{bmax}}$

### Bauteilfließgrenze

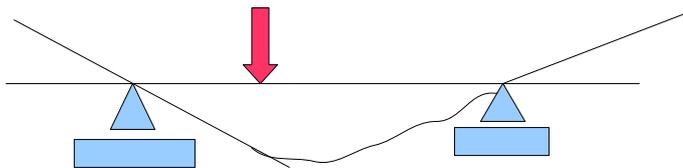
- Spannungsspitzen infolge Kerben U aber auch infolge ungleichmäßiger Spannungsverteilung) werden durch plastische Verformung abgemindert.  
Ursache: lokale plastische Verformung und Verfestigung  
→ Berücksichtigung durch eine Streckgrenzen- bzw. Fließgrenzenerhöhung (GammaF) und stat. Stützwirkung (  $K_{2F}$  )
- z.B. Biegung  
 $\sigma_{bFK} = K_1(d_{eff}) * K_{2F} * \beta_F * \sigma_S(d_B)$   
 $\beta_F$       Erhöhungsfaktor für Umdrehungskerbene, AH1 FB3  
            für asonstige Kerben     $\beta_F = 1$   
 $K_{2F}$       stat. Stützwirkung (Spannungsgefälle bei Nennspannung)  
            Unterschieden nach Werkstoff mit oder ohne harter Randschicht und Beanspruchung

### 2.8.4 Kontrolle der elastischen Verformung

Verformung der Welle --> Betriebsstörungen ?

z.B:    Läufer von Elektromotoren, Laufrad von Verdichtern --> Kollision mit Gehäuse

Zanhräder in Getrieben --> Eingriffsstörungen  
 Lager --> erhöhter Verschleiss / Zerstörung



Skizze total sinnlos!

Berechnung z.B nach AH1 GFB (Superposition bei mehreren Kräften und Momenten)  
 auch Verdrehung der Welle infolge Torsion:

- z.B Messgeräte (mehrere Elemente auf einer Welle)
- lange Welle bei Kränen (Schrägzug!)

### zulässige Verformungen

Funktionsabhängig!

z.B: E-Motorenwelle am Läufer	$f_{zul} = (0,2 \dots 0,3) * \text{Luftspalt}$
Getriebewelle am Zahnrad	$f_{zul} = 5 * 10^{-3} * \text{Modul}$
Lagerneigung Wälzlager	$\tan \sigma_{zul} = 10^{-4}$
Gleitlager, einstellbar	$\tan \beta_{zul} = 10^{-3}$
Gleitlager mit festen Schalen	$\tan \beta_{zul} = 3 * 10^{-4}$

### 2.8.5 Kritische Drehzahl

Wenn Betriebsfrequenz (Drehzahl!) mit der Eigenfrequenz der Welle übereinstimmt

→ Resonanz → große Ausschläge

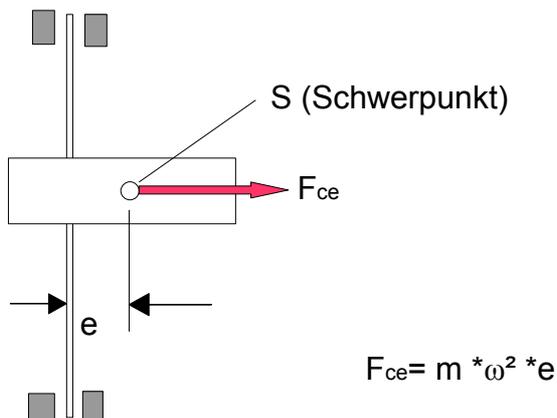
→ Betriebsstörungen → Schaden

Bei Wellen: Vor allem Biegeschwingungen und Torsionsschwingungen

Torsionsschwingungen nur bei mindestens 2 Massen auf Wellen, aber Wellenstück

zwischen den Massen meist hohe Steifigkeit → sehr hohe Eigenfrequenz ← nicht im Betriebsbereich

### Biegeschwingungen



weitere Verformung --> Gleichgewicht

$$F_c = m(f+e) \cdot \omega^2$$

$$F = c \cdot f \text{ (Rückfederkraft der Welle)}$$

$$c \cdot f = m(f+e) \cdot \omega^2$$

$$f = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2}$$

dimensionslos:  $\frac{f}{e} = \frac{m \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2}$

wenn  $c - m \cdot \omega^2 = 0 \rightarrow f \rightarrow \infty$

$$\omega = \omega_K = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$c = \frac{F}{f} \text{ oder auch } c = \frac{F_G}{f_g}$$

$$\omega_K = \sqrt{\frac{g}{f_g}} \rightarrow n_K = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{f_g}}$$

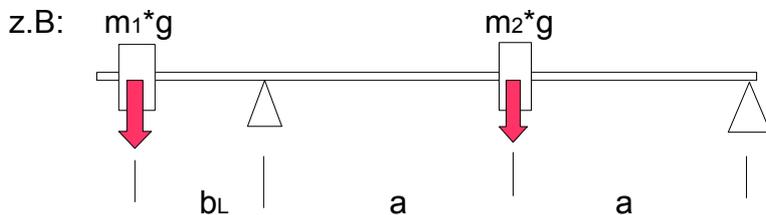
(Bestimmung der Durchbiegung unter dem Gewicht lediglich wegen Rechenvorteil g!)

bei mehreren Massen auf der Welle → Abschätzung der 1. kritischen Drehzahl nach

DUNKERLEY

$$\frac{1}{n_k^2} = \frac{1}{n_{K_1}^2} + \frac{1}{n_{K_2}^2} + \dots + \frac{1}{n_{K_n}^2}$$

n... kritische Drehzahl durch Masse 1...n



$$f_{K_1} = \frac{m_1 \cdot g \cdot b_L^2}{3 E \cdot J} \cdot (b_L + 2a)$$

$$f_{K_2} = \frac{m_2 \cdot g \cdot (2a)^3}{48 E \cdot J}$$

### 3. Welle-Nabe-Verbindungen

- formschlüssige W-N-Verbindungen
- reibschlüssige W-N-Verbindungen

#### 3.1 Formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

älteste Verbindung im Maschinenbau

##### 3.1.1 Stift- und Bolzenelemente

Kerbstiften/Kerbnägel

Einschlagen in normal gebohrte Löcher

d=3mm, M9, darüber M11

Kerbwülste werden elastisch in die Kerbfurchen zurückgedrängt

--> hohe Spannungsspitzen, hohe Kerbwirkung

Bolzenverbindungen:

Bolzen stellen Gelenkverbindungen dar, ein Bauteil hat Festsitz, das andere einen Gleitsitz

--> Spielpassung erfordert Sicherung gegen Herausfallen, geeignete Werkstoffauswahl, Schmiernippel vorsehen!

$$p_d = \frac{F}{d * s} \quad p_s = \frac{F(l + s \text{ oder } 2) * 6}{d * s^2}$$
$$p_{max} = p_d + p_b = \frac{4F(1 + \frac{1,5 * l}{s})}{d * s}$$

### 3.3 Querstift unter Drehmoment $M_t$

Abscheren des Stiftes  $\tau_a$

$$M_t = \tau_a * D_i * \pi * \frac{d^2}{4}$$

Flächenpressung in der Nabe:

$$M_t = p * s * d * (D_i + s)$$

$$s = \frac{D_a - D_i}{2}$$

Torsionsspannung in der Welle:

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} \quad W_p = \frac{\pi * D_i^3}{16} * (1 - 0,9 * \frac{d}{D_i})$$

### 3.4 Längsstifte und Drehmomente

Abscheren und Flächenpressung

$$\frac{d}{D} = 0,13 \dots 0,2 \quad \text{Stiftlänge } l = 1 \dots 1,5 * D$$

$$M_t = p * l * d * \frac{D}{4} \quad M_t = \tau_a * l * d * \frac{D}{2}$$

### 3.5 Querbolzen in Zugstange

Festigkeitsberechnung von Stift- / Bolzenverbindungen ist abhängig von der Vorspannung der Stifte/Bolzen durch Übermaß in den Nabenabschnitten

-> analytische Lösung ist komplex

-> Vernachlässigung der Vorspannung

Vergleich der errechneten Nennspannung mit Erfahrungswerten

Richtwerte für Geometrie

$$\frac{l}{D} = 1,5 \dots 1,7$$

$$M_b = \frac{F * t_s}{8} \quad M_b = W_b * \sigma_b$$

$$\frac{F}{2} = \pi * \frac{d^2}{4} * \tau_{ab}$$

Flächenpressung Gabel:

$$F = 2 * p_{Gabel} * t_{Gabel} * d = 2 p_{max, Gabel} * d * \frac{t_{Gabel}}{4 + \frac{t_s}{t_{Gabel}}}$$

Flächenpressung Stange:

$$F = p_{Stange} * t_{Stange} * d$$

### 3.6 Sicherungselemente und Stellringe

Sicherung von Maschinenteilen gegen axiales Verschieben

--> hohe Kerbwirkung  $\beta_k \sim 2,0$  wegen erforderlicher Nuten/Bohrung

--> Anordnung nur an Enden von Bolzen, Achsen, Wellen

Splinte/Federstecker

Sicherung von losen Bolzen/Schraubverbindungen

!Nicht zur Kraftübertragung heranziehen!

### 3.7.2 Paßfedern und Scheibenfedern

Paßfeder bei einseitig wirkendem Drehmoment  $M_t$  oder als Gleitfeder bei längsbeweglichen Naben.

Oftmals Verwendung als Lagesicherung bei manchen Kegel- und Klemmsitzen.

Flanken der Paßfedern müssen fest in der Nut sitzen um nicht auszuschlagen

--> keine Anwendung für stoßartige oder wechselnde Drehmomente

Berechnung --> Flächenpressung

Bei 2 Paßfedern ist wegen Fertigungstoleranz kein gleichmäßiges Tragen zu erwarten:

--> Berücksichtigung über Tragfaktor

$$p = \frac{2M_t}{D_f * h - t_1 * l_{tr} * i * \varphi} \leq p_{zul}$$

p: Pressung der Paßfeder- und Nabennutflanken

Mt: Drehmoment  $F_t = \frac{M_t}{r} = \frac{2 * M_t}{D_f}$

h: Paßfederhöhe

ta: Wellennuttiefe

ltr: tragende Länge

i: Anzahl

φ: Tragfaktor      1: 1Paßfeder      0,75: 2 Paßfedern

siehe hierzu auch DIN 6892

Achtung: Nuten erzeugen Kerbwirkung

---> Mehrfachkerbwirkung

### 3.7.3 Keilwellenverbindung

Keilwellen tragen am Umfang eine gerade Anzahl hochstehender „Keile“, Wirkung analog zu Paßfedern

Vorteile:	Nachteile:
– gleichmäßige Kraftverteilung	– erheblich teurer als Paßfederverbindung
– gute Zentrierfähigkeit	– stärkere Schwächung von Welle und Nabe
– geringer Verschleiß	– Kerbwirkung von $\beta_k=1,5...2,5$
– größeres $M_t$ übertragbar	
– Wechselmomente übertragbar	
– kurze Naben möglich	

Bemessungskriterium ist auch hier Flächenpressung p:

$$p = \frac{2 * M_t}{d_m * h * l_{tr} * i * \varphi} \leq p_{zul}$$

$d_m$ : 0,5 (D+d) als mittlerer Profildurchmesser

h: Keilhöhe

ltr: tragende Länge

i: Anzahl der Keile

φ: Tragfaktor      0,9: Flankenzentrierung      0,75: Innenzentrierung

$p_{zul}$  siehe Tabellenwerte

### 3.7.4 Zahnwellenverbindung

analog zu Keilwellenverbindung Keile-->Zähne

– Kerbzahnprofile

- gerade Flanken
- flankenzentriert
- Evolventenzahnprofile
  - Flanken --> Evolventenform
  - flankenzentriert
  - alternativ: Innen- / Außenzentrierung

Für große Drehmomente und Stöße  
 Berechnung siehe auch AH2 --> WN8

### 3.7.5 Polygonwellenverbindung

- geringe Kerbwirkung
- kombinierbar mit Presspassungen
- hohe Zentrierwirkung
- wirtschaftliche Fertigung der Welle (Nabe immernoch problematisch)

Bemessungskriterium ist auch hier die Flächenpressung p:

$$p = \frac{M_t}{l_{tr}} * (c * \pi * d_r * e_r + 0,05 d_r^2) \leq p_{zul}$$

Mt: Drehmoment

l<sub>tr</sub>: tragende Nabenlänge

c: 0,75 P3G Profil 1 P4C Profil

d<sub>r</sub>: rechnerische Durchmesser d<sub>r</sub>=d<sub>1</sub> P3G

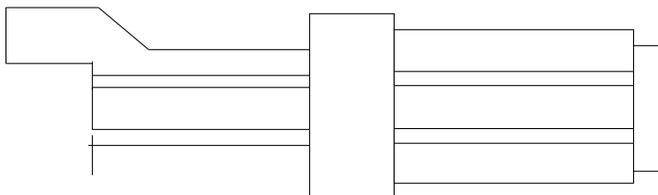
d<sub>r</sub>=(d<sub>2</sub>+2\*e<sub>r</sub>) P4C

e<sub>r</sub>: rechnerische Exzentrizität =e P3G

$$e_r = \frac{(d_1 - d_2)}{4} \text{ P4C}$$

### 3.7.6 Stirnzahnverbindung

(Plan-Kerb-Verzahnung, Voith-Hirth-Verzahnung, Currie-Coupling)



Turbinenräder auf Welle befestigen

## Reib-(Kraft)schlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

wichtigste Arten:

- Klemmverbindungen
- Pressverbindungen
  - Längs- und Querpressverbindungen
  - Kegelpressverbindungen
- Ringspannverbindungen, Spannscheiben

Berechnung: - Flächenpressung auf den Flächen

$$M_t = \frac{D_f}{2} * p_{zul} * A * \mu \quad p = \frac{2 * M_t}{\pi * \mu * D_F^2 * L_{Na}}$$

$\mu$ ... Reibwert in Umfangrichtung

DF... Fügedurchmesser

A... Fläche  $\pi * D_F * L_{Na}$

Lna... Länge der Nabe

### 3.8.1 Zylindrische Pressverbindungen

Berechnung ist Standard in DIN 7190

Prinzip: vor dem Zusammenbau besitzen die zu fügenden Teile ein Übermaß  
→ Pressung → Haftkraft

- Für große Drehmomente und wechselnde Belastung
- höchste Belastbarkeit, geringe Kosten, AH GL WN

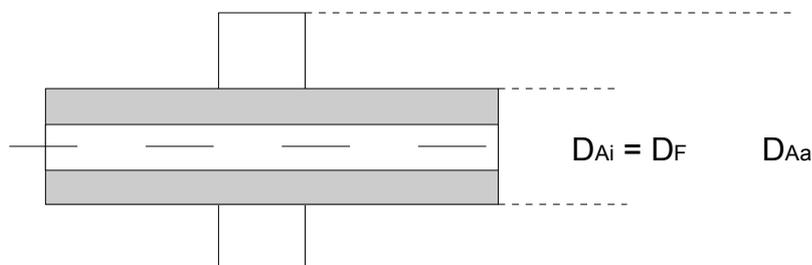
#### a) Längspresssitz

Fügen bei Raumtemperatur

Innenteil erhält eine Phase  $\varphi \leq 5^\circ$

#### b) Querpressverbindung

Problem:



Wie groß p damit  $M_t$  übertragbar?

Wie ist p zu realisieren, welches Übermaß ist notwendig

Welche Spannungen treten bei p in Welle und Nabe auf?

## Pressung-Reibung-Drehmoment

$$M_t = \frac{F_n * D_F}{2} = \frac{F_n * \mu * D_F}{2}$$

$$F_z = F_n * \mu \quad \text{Längskraft}$$

$$F_n = p * D_F * \pi * l_F \quad \text{IF – Fügelänge}$$

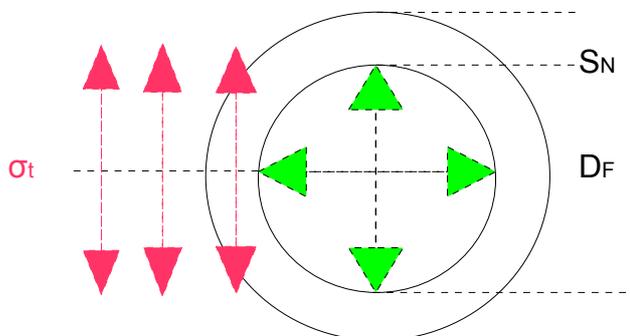
$$p = \frac{2 * M_t}{D_F^2 * L_F * \pi * \mu}$$

mit einer vorgegebenen Rutschsicherheit SR

$$p = S_R * \frac{2 * M_t}{D_F^2 * L_F * \pi * \mu}$$

Fall 1: **Dünnwandige Nabe – Vollwelle** (Beispiel Wälzlagerinnenring auf Welle)

a) Spannungen



$$\sigma_t * 2 * S_N * l_F = 2 * l_F * \int p * \cos \varphi * r$$

$$\sigma_t = \frac{p * D_F}{2 * S_N} \quad \text{KESSLER-Formel}$$

c) Berechnung des Übermaßes aus geometrischen Größen

Übermaß U = Haftmaß Z + Übermaßverlust ΔU

Durch Abarbeitung, Einebnung, Nivellierung der Oberflächenrauheit wird das „gemessene“ Übermaß verringert!

$$\Delta U = 0,8 * (R_{zI} + R_{zA})$$

mit  $R_z \approx 6 R_a \rightarrow \Delta U = 4...5 (R_{aI} + R_{aA})$

d) Montage – erforderliche Erwärmung

$$\Delta D_F = U + \Delta_F \quad \Delta D_F \dots \text{notwendige Aufweitung zum Fügen}$$

U...Übermaß (größtes)

Δ<sub>F</sub>...Fügespiel

$$\Delta_F = \frac{D_F}{1000} \quad \text{Erfahrungswert}$$

$$\Delta t = \frac{U + \Delta_F}{\alpha * D_F}$$

oder Fügetemperatur:  $t = t_R + \frac{U + \Delta_F}{\alpha * D_F}$   $t_R$ ...Raumtemperatur

Erreichbare Fügetemperaturen und

Grenztemperaturen:

$$t_{max} \approx -110^\circ \dots 300^\circ C$$

AH1 WN12+13

einsatzgehärtet  $t_{max} \approx 200^\circ C$

Fall 2: **Dicke Nabe** (allgemeiner Fall)

a) Spannungen

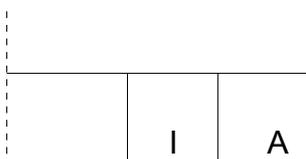
Hohlzylinder unter Innen- und Außendruck:

$$\sigma_r = \sigma_{rA} * \frac{r_A^2}{r_A^2 - r_I^2} \left(1 - \frac{r_I^2}{r^2}\right) + \sigma_{rI} * \frac{r_I^2}{r_A^2 - r_I^2} \left(\frac{r_A^2}{r^2} - 1\right)$$

$$\sigma_t = \sigma_{rA} * \frac{r_A^2}{r_A^2 - r_I^2} \left(1 + \frac{r_I^2}{r^2}\right) + \sigma_{rI} * \frac{r_I^2}{r_A^2 - r_I^2} \left(1 + \frac{r_A^2}{r^2}\right)$$

wobei:  $\sigma_{rA} = \sigma_{rI} = -p$   $r$ ...laufende Koordinate  
 $r_I$ ... Zylinderinnenradius  
 $r_A$ ...Zylinderaußenradius

Auf die Verhältnisse der Welle-Nabe-Verrundung angewandt ergibt sich mit folgenden Abkürzungen:



$D_{li}$

$D_F = D_{Ia} = D_{Ai}$

$D_{Aa}$

$$\frac{D_{Ai}}{D_{Aa}} = Q_A$$

$$\frac{D_{Ii}}{D_{Ia}} = Q_I$$

$\sigma_t$		$\sigma_r$	
A	I	A	I
$\sigma_{tAi} = p * \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2}$	$\sigma_{tIi} = p * \frac{2}{1 - Q_I^2}$	$\sigma_{rAi} = -p$	$\sigma_{rIi} = 0$
$\sigma_{tAa} = p * \frac{2 * Q_A^2}{1 - Q_A^2}$	$\sigma_{tIa} = p * \frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2}$	$\sigma_{rAa} = 0$	$\sigma_{rIa} = -p$

Maximale Spannungen:

Innenteil in der Bohrung:  $\sigma_{tIi} = \sigma_{rIi} = \left| -p * \frac{2}{1 - Q_I^2} \right|$

Zulässige Fugenpressung:

mit:  $\sigma_{Vti} < \frac{\sigma_{SI}}{S_F}$  --> Vollteil:  $p_{GI} = \frac{\sigma_{SI}}{S_F}$

Rohr (Hohlwelle):  $p_{GI} = \frac{1-Q_I^2}{2} * \frac{\sigma_{SI}}{S_F}$

Außenteil am Innenradius: Vergleichsspannungshypothese mit  $\sigma_{tAi}$  und  $\sigma_{rAi}$

$$\sigma_{VAi} = \sqrt{\sigma_{tAi}^2 + \sigma_{rAi}^2} - \sigma_{rAi} * \sigma_{tAi}$$

zulässige Flächenpressung:  $\sigma_{VAi} < \frac{\sigma_{SA}}{S_F}$

$$p_{maxA} = \frac{1-Q_A^2}{\sqrt{3+Q_I}} * \frac{\sigma_A}{S_r} = p * \frac{\sqrt{3+Q_A^4}}{1-Q_A^2}$$

Sonderfall Vollwelle

größte Spannung im Innendurchmesser des Außenteils

$$\sigma_{VAi} = \sigma_{max}$$

DIN 7190 vernachlässigt  $Q_A^4$

$$\rightarrow \sigma_{VAi} = p * \frac{\sqrt{3}}{1-Q_A^2}$$

Mit den Beziehungen für die Spannungen (12):

$$z_{k,G} = p_{k,G} * D_F * \left[ \frac{1}{E_A} * \left( \frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + V_A \right) + \frac{1}{E_I} * \left( \frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} + V_I \right) \right]$$

Bei Vollwelle und Werkstoffen gleicher Elastizität ergibt sich:

$$z_{k,G} = p_{k,G} * D_F * \frac{2}{E * (1-Q_A^2)}$$

Damit Passungsauswahl so wählen, dass wirkliches Übermaß

$U'_k > U_k$  (damit wird Mt sicher übertragen)

$U'_G < U_G$  (damit geht die Nabe nicht kaputt)

## 2. Nachrechnung

Vorhandenes Haftmaß:

$$z'_h = U'_h - \Delta U \qquad z'_a = U'_a - \Delta U$$

vorhandene Pressung:

$$p'_{k,G} = \frac{z'_{k,G} * E * (1 - Q_A^2)}{2D_F}$$

Spannungen:

$$\sigma'_{VG} = \frac{p'_a * \sqrt{3 + Q_A^2}}{1 - Q_A^2}$$

Sicherheit gegen Rutschen:

$$S_R = \frac{p'_k * \pi * \mu * D_F^2 * l_F}{2 M_t}$$

Sicherheit gegen bleibende Verformung:

$$S_F = \frac{\sigma_S}{\sigma_{VG}}$$

Erforderliche Erwärmung der Nabe des Presssitzes:

$$t = t_R + \frac{U'_a + \Delta F}{\alpha * D_F}$$

$$\Delta F = \frac{D_F}{1000}$$

$U'_a$  vorhandenes größtes Übermaß

**weitere Welle-Nabe-Verbindungen**

siehe Folien

## 4. Schraubenverbindungen

### 4.1 Bezeichnungen

#### 4.1.1 Arten von Schrauben

Grundsätzlich:

Schrauben und Schraubenverbindungen gehören zu den lösbaren Verbindungen:

nicht lösbar: - Schweißverbindungen

- Lötverbindungen

- Klebeverbindungen

Man unterscheidet:

- Befestigungsschrauben: für vorgespannte, lösbare Verbindungen von Bauteilen, Spitzgewinde
- Bewegungsschrauben: Umsetzung von Dreh- in Längsbewegung, Erzeugung großer Kräfte, Flachgewinde (Bsp Wagenheber, Spindeln, Nussknacker)

Unterbauarten:

- Stellschrauben: Justieren, Ausrichten von Geräten, Instrumenten, Einstellen von Spiel
- Meßschrauben: Längenmessung im Mikrometerbereich
- Spannschrauben: Spannschlösser
- Ringschrauben
- Dichtungs- Verschleißschrauben: Verschließen von Einführ- und Auslassöffnungen

Definition:

Eine Schraubenverbindung ist eine lösbare Verbindung von zwei oder mehreren Teilen durch eine oder mehrere Schrauben

#### **4.1.2 Gewindearten**

Schraubenlinie: → Abwicklung einer geneigten Geraden auf einem Kreiszylinder

Skizze links oben Folie 5

Je nach Richtung rechtsgängig oder linksgängig

Gewindeformen entstehen durch Umlauf eines Profiles anstelle eines Punktes

Gewindeart wird bestimmt durch:

- Profilform
- Gangzahl (ein- oder mehrgängig)
- Steigung P
- Windungssinn (rechts, links)

Gebräuchliche Gewindearten nach DIN 202 genormt:

##### 1. metrisches ISO-Gewinde

Regel- oder Feingewinde (kleinere Gewindetiefe, geringere Steigung)

Toleranzklassen fein -f, mittel -m, grob -g

##### 2. Withworth- Rohrgewinde, DIN ISO 228

Einsatz bei nicht im Gewinde dichtenden Verbindungen, Innen- /Außengewinde, Verbindung von Fittings, Hähnen bei Rohrleitungen, Maße bezogen auf Rohrnennweite, Richtungsgewinde bei Rohrverschraubungen

##### 3. Metrisches ISO-Trapez-Gewinde, DIN 103

Bevorzugtes Bewegungsgewinde (z.B. Leitspindel bei Drehmaschinen, Pressenspindeln)  
ein- und mehrgängig

#### 4. Metrisches Sägengewinde DIN 513

Bewegungsgewinde, höhere Tragfähigkeit als Trapezgewinde (größerer Radius im Kerbgrund), größere Flankenüberdeckung, Einsatz bei hohen einseitigen Belastungen (Hub- /Druckspindel)

#### 5. Rundgewinde DIN 405

Fast keine Kerbwirkung, aber geringe Flächüberdeckung, großes Kopf- und Fußspiel, bevorzugt bei rauhem Betrieb (z.B. Kupplungsspindeln bei Bahnfahrzeugen)

#### 6. Sonstige Gewinde

Elektrogewinde Lampenfassung DIN 40400

Blechsraubengewinde DIN 7970

Begriffe und Definitionen für zylindrische Gewinde siehe AH

### 4.1.3 Grundformen von Schrauben und Muttern

siehe Folien, Skript, AH

### 4.1.4 Schrauben und Mutterwerkstoffe

Schraubenwerkstoffe:

Bezeichnung der Festigkeitsklassen erfolgt durch 2 Zahlen: 8.8, 10.9, 12.9

Mindestzugfestigkeit des Werkstoffes  $\frac{R_m (MPa)}{100}$

Verhältnis von Werkstoffstreckgrenze zu Werkstofffestigkeit:  $\frac{R_{p0,2}}{R_m} \rightarrow \frac{900}{1000} = 0,9$

Multiplikation beider Zahlen entspricht einem Zehntel der nominalen Mindeststreckgrenze bzw. 0,2%-Dehngrenze

Mutterwerkstoffe: --> analog zu Schrauben

weitere Abgrenzung durch 3 Gruppen:

- mit voller Belastbarkeit, DIN 970
- mit eingeschränkter Belastbarkeit, DIN 439
- ohne festgelegte Belastbarkeit, DIN 1804

### Kennzeichnung bei voller Belastbarkeit:

durch Ziffern  $4...12 = 0,01 R_m [MPa]$

### Eingeschränkte Belastbarkeit

Genormte Klassen 04, 05

04: Gewindegänge einer Schraube/Mutter können vor Erreichen der Prüfspannung abscheren

Ohne festgelegte Belastbarkeit

Bez. mit Zahlen-Buchstaben = 0,1 fachen der Mindestvickershärte

Genormt sind: 11H, 14H, 17H, 22H

Für Sondereinsatzfälle weitere Werkstoffe:

- Warmfeste, hochwarmfeste, kaltzähe Werkstoffe
- Rost- und Säurebeständige Stähle
- Titan-Legierungen
- Messing (E-Technik)
- Leichtmetall (nicht bei Biegebeanspruchungen)
- Thermoplastische Kunststoffe

siehe auch Illgner/Esser: Schrauben-Vademecum? (9. Auflage) Rasch-Verlag

### **4.1.5 Herstellung**

Spanende und spanlose Fertigung

Spanend aus Automatenstahl → spröde (negativ für Gebrauchseigenschaften → Schrauben, Festigkeitsklasse 6.8 und Muttern 5,6,04,11H,14H,17H)

Spanlose Verformung

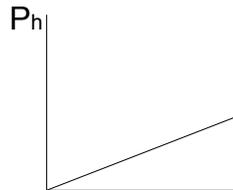
- Warmumformung:
  - Werkstoffe mit hohen Verformungswiderständen (große Umformkräfte)
  - Große Stauchverhältnisse --> Verfestigung
  - Große Abmessungen zur Reduzierung der Umformkräfte
- Kaltumformung
  - Erhöhung der Zugfestigkeit und vor allem der Streckgrenzen, Bruchgrenze und

Brucheinschnürung nehmen ab

- Großserienfertigung
- kleine bis mittlere Stauchverhältnisse
- Abmessung bis ca. 1:130

Die Kinematik des Gewindes

$$\tan \varphi = \frac{P_h}{d_2 \cdot \pi}$$



$d_2 \pi$

mehrgängiges Gewinde  $P_h = n * P$

P... Teilung des Gewindes

n... Gangzahl

Kräfteverhältnisse am Flachgewinde

Bewegung der Schraube (Heben/Senken) erfolgt nur, wenn die resultierende Kraft um den Winkel  $\rho$  zur Normalen geneigt wird

Bewegung	Heben+Senken	Heben	Senken	Ruhe
Zustand	keine Selbsthemmung			Selbsthemmung
Antriebskraft	$F_u$ oder $F_s$	$F_u$	$F_s$	$-F_u$ (Lösekraft)
Wirkungsgrad	$\eta = 1$	$\eta = \frac{W_n}{W_s} = \frac{F_s \cdot P_s}{F_u \cdot \pi \cdot d_2} = \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \rho)}$	$\eta = \frac{W_n}{W_s} = \frac{F_u \cdot \pi \cdot d_2}{F_s \cdot P_s} = \frac{\tan(\varphi - \rho)}{\tan \varphi}$	

$F_S$ : Längskraft	$P_h$ : Steigung	$\rho$ : Reibungswinkel	$\eta$ : Wirkungsgrad
$F_U$ : Umfangskraft	$\varphi$ : Steigungswinkel	$\mu$ : Gleitreibungszahl	$W_H$ : Hubarbeit
$F_N$ : Normalkraft	$\pi \cdot d_2$ : Weg entlang des Umfangs	$\mu_0$ : Haftreibungszahl	$W_A$ : Dreharbeit

## Kraftübertragung beim Spitzgewinde

Maßgeblich für die Reibungskraft ist die senkrecht zur Gewindeflanke wirkende Kraft

$F_N$  :

$$F_R = \mu * F_N = \frac{F_S}{\cos \frac{\beta}{2}} * \mu = F_S * \mu'$$

$$\text{mit } \mu' = \frac{\mu}{\cos \frac{\beta}{2}} \text{ als scheinbarer Reibungszahl}$$

$$\text{oder } \tan \rho' \approx \frac{\tan \rho}{\cos \frac{\beta}{2}}$$

Beim Spitzgewinde ist  $\beta = 60^\circ$ , somit ist  $\mu' = 1,16 \mu$

→ bei gleicher Längskraft  $F_S$  entsteht eine größere Reibungskraft als beim Flachgewinde

→ Einsatz dieses Schraubentyps als Befestigungsschraube

## **7.3 Berechnung von Schraubenverbindungen**

VDI-Richtlinie 2230, ergänzende DIN-Normen,

für ruhende oder wechselnde Betriebskräfte mit hochfesten Schrauben:

### Anforderung:

Schrauben sind so zu bemessen, dass das entstandene Verbundteil (aus Schraube und Bauteil) die ihm zugeordnete Funktion erfüllt und den auftretenden Betriebskräften standhält.

Einwandfreie Funktion erfordert Einhaltung einer Mindestklemmkraft in der Verbindung, um ein Klaffen der verspannten Teile in der Trennfuge zu verhindern ( $F_s > 0$ ) und um Querkräfte aufzunehmen und Dichtpresskräfte zu erzeugen.

Berechnungsnachweis zur Festlegung der Schraubenabmessungen und Berücksichtigung folgender Einflußfaktoren:

- Festigkeitsklasse der Schraube
- Verminderung der Montagevorspannkraft in der Trennfuge durch die Betriebskraft
- Verminderung der Montagevorspannkraft durch Setzerscheinungen
- Streuung der Vorspannkraft beim Anziehen
- Dauerhaltbarkeit bei Wechsellast
- Dauerbeanspruchung der verspannten Bauteile durch Schraubenkopf und Mutter

### **4.3.1 Beanspruchungsarten von Schraubenverbindungen**

Mögliche Betriebskräfte und -momente --> s. Bild

- Axialkraft  $F_A$
- Torsionsmoment  $M_t$
- Querkräfte  $F_Q$
- Biegemomente  $M_B$

### 4.3.2 Kraft- und Verformungsverhältnisse bei vorgespannten Schraubenverbindungen

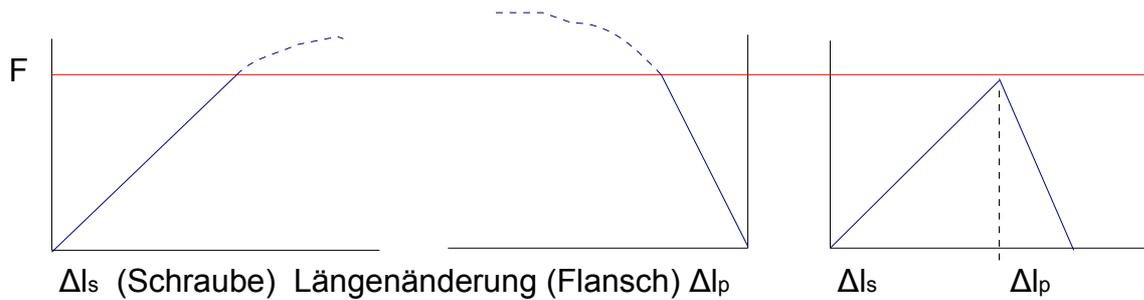
Verspannungszustand Schraubenverbindung = der Verbindung zweier vorgespannter Federn

Feder1: Verformungsverhalten der Schraube, Dehnung bei Anzug

Feder2: Verformungsverhalten der Bauteile, Stauchung bei Anzug

Im elastischen Bereich der Werkstoffe ergeben sich daraus Gerade (Hooksches Gesetz)

→ Verspannungsschaubilder



Verformungswege  $f$  (Längenänderung) lassen sich aus der Fläche  $A$ , Kraft  $F$ , E-Modul  $E$  und der Bauteillänge  $l$  ermitteln.

$$f = \varepsilon * l = \frac{l * \sigma}{E} = \frac{F * l}{E * A}$$

Beschreibung der Werkstoffelastizität durch Nachgiebigkeit  $\delta$  (Kehrwert der Federsteifigkeit  $c$ )

$$\delta = \frac{1}{c} = \frac{1}{E} * \frac{l}{A} = \frac{f}{F}$$

Gesamtnachgiebigkeit einer Schraube folgt aus der Addition der Nachgiebigkeit der Teilquerschnitte

$$\delta_s = \delta_k + \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_G + \delta_M$$

Experimentell ermittelte Formalismen zu Abschätzung der Zeilnachgiebigkeiten von Schraubenkopf  $\zeta_k$ , Gewinde  $\zeta_G$ , Mutter  $\zeta_M$  (da keine Zylinderform)

$$\delta_s = \frac{1}{E_s} \left( 0,4 \frac{d}{A_N} + \frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} + \dots + 0,5 \frac{d}{A_3} + 0,4 \frac{d}{A_N} \right)$$

$$A_N \text{ Nennquerschnitt der Schraube } \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_3 \text{ Kernquerschnitt}$$

$$A_i \text{ Zugehörige Durchmesser der Teilquerschnitte}$$

Ermittlung der Nachgiebigkeit  $\zeta_p$  der verspannten Teile:

→ siehe Bild:

hierzu erforderlich: Abschätzung des Verformungsbereiches (siehe auch AH SR 19)

Erfassung des Verformungsbereichs über Ersatzquerschnitte  $A_{ers}$

$$\delta_p = \frac{f}{F} = \frac{l_k}{A_{ers} * E_p} \quad E_p \dots \text{ E-Modul der verspannten Teile}$$

Teilweise Kegelgeometrie (Rötscher-Kegel nach Prof. Rötscher, RWTH Aachen, 1930)

Fall 1: (linkes Bild, Hülse)

$$D_A \approx d_w \rightarrow A_{ers} = \frac{\pi}{4} (D_A^2 - d_h^2)$$

$D_A$  Außendurchmesser einer vorgespannten Hülse/eines Bauteils

$d_w$  Außendurchmesser der ebenen Kopfauflagefläche

$d_h$  Bohrungsdurchmesser der Hülse

Fall 2: (mittleres Bild)

$$d_w \leq D_a \leq d_w + l_k$$

$$A_{ers} = \frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} d_w (D_a - d_w) [(x+1)^2 - 1]$$

mit  $x = \sqrt[3]{\frac{l_k * d_w}{D_a^2}}$

Fall 3: (Bild rechts)

$$D_A > d_w + l_k$$

Bei sehr großen verspannten Bauteilen trägt das entfernt liegende Volumen nicht mit:

$A_{ers}$  ist zu berechnen mit  $D_A = d_w + l_k$  in Gleichgewicht Fall 2

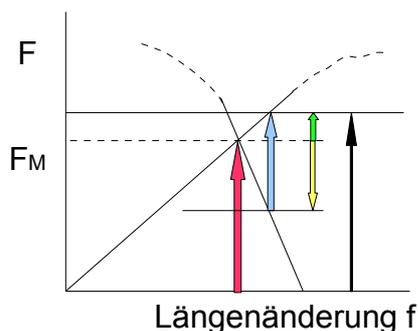
### 4.3.3 Kräfte und Verformungen bei statischer Betriebskraft als Längskraft

Kraftverhältnisse in einer vorgespannten Schraubenverbindung:

Theoretischer Fall:

Krafteinleitung über die Außenflächen:

Verspanndiagramm



$F_M$ : Montagevorspannkraft

$F_A$ : Statische Betriebskraft, wird zusätzlich aufgebracht

→ Erhöhung der Schraubenkraft  $F_S$  um  $F_{SA}$

$$F_S = F_M + F_{SA}$$

→ Absenkung der Montagevorspannkraft  $F_M$  um den Anteil  $F_{SA}$

→ Restklemmkraft  $F_{KR}$

$$F_{KR} = F_M - F_{PA}$$

$$\zeta = \frac{f_{SM}}{F_M} = \frac{f_{SA}}{F_{SA}} \quad \zeta_p = \frac{f_{pM}}{F_M} = \frac{f_{pA}}{F_{pA}}$$

Kräfteverhältnis:  $\varphi_k = \frac{F_{SA}}{F_A}$

$$F_{pA} = (1 - \varphi_k) * F_A$$

Für die maximale Schraubenkraft gilt:

$$F_{Smax} = F_M + F_{SA} = F_{KR} + F_A$$

Zusätzlicher Kraftanteil in der Schraube:

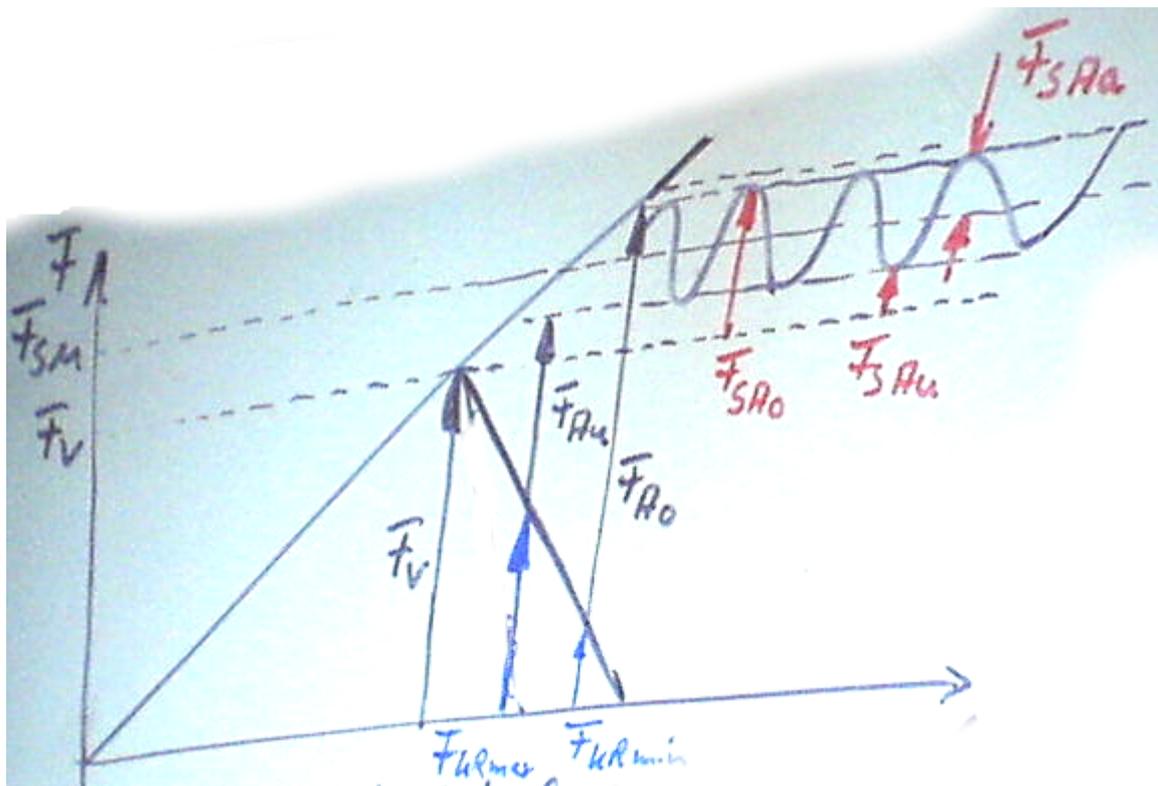
$$F_{SA} = \frac{\delta_p}{\delta_S + \delta_p} * F_A = \varphi_k * F_A$$

Die Restklemmkraft beträgt:

$$F_{KR} = F_M - F_{pA} = F_M - (1 - \varphi_k) * F_A$$

#### 4.3.4 Kräfte und Verformungen bei dynamischer Betriebskraft als Längskraft

bei einer dynamischen Betriebskraft schwankt die Kraft  $F_A$  zwischen einem oberen Grenzwert  $F_{AO}$  und einem unteren Grenzwert  $F_{AU}$ :



Dynamische Betriebskraft erzeugt eine konstante Mittelkraft:

$$F_{SM} = F_v * \frac{F_{AO} + F_{AK}}{2} * \varphi_k$$

Überlagerung einer Schwingbelastung mit den Amplituden

$$F_{SAa} = \frac{F_{SAo} - F_{SAu}}{2} = \frac{F_{Ao} - F_{Au}}{2} * \varphi_k$$

#### 4.3.5 Einfluß der Kräfteinleitung in die Verbindung

Betriebskraft FA wirkt nicht an der Außenfläche der verspannten teile, sondern innerhalb des Bauteiles

→ Entlastung der Bauteile erfolgt nicht über die gesamte Höhe

→ Kennlinie verläuft steiler:

Berücksichtigung dieses Einflusses durch Faktor n:

→ tatsächliches Kraftverhältnis  $\varphi = n * \varphi_k$  (bei Einleitung über Außenflächen)

Ermittlung von n nur näherungsweise aus Festigkeitsberechnung. In der Praxis wird zunächst n=0,5 gesetzt (Normalfall)

n<1

Im Vergleich zum idealistischen Schaubild erfolgt eine geringere Gesamtbelastung der Schraube:  $\varphi = n * \varphi_k$

n=0: Grenzfall

Kräfte werden direkt in der Teilungsfuge übertragen: --> Schraube wird nicht zusätzlich belastet:  $F_{SA} = F_A * n * \varphi_k = 0$

Somit werden dynamische Zusatzbelastungen in den Schraubverbindungen geringer bei:

- Verlegung der Kraftangriffsebene auf die Flanschteilungsebene
  - bei höherer elastischer Nachgiebigkeit der Schraube (z.B. Dehnschraube)
  - steifere zu verbindenden Teilen
- siehe hierzu Diagramme „Dauerhaltbarkeit“

#### 4.3.6 Kräfte und Verformungen bei statischer und dynamischer Querkraft

Komponente der Betriebskraft senkrecht zur Schraubenachse

→ Schraube still/muss Querbewegung verhindern

→ Scherbelastung der Schraube (durch die VDI-Richtlinie nicht abgedeckt)

Abhilfe:

1. Verwendung von Passschrauben (Stahlbau)
2. Verhinderung der Querkraftaufnahme durch Reibschluss, sofern keine Formschlüsse vorhanden sind (z.B. Kerbstifte)

Erforderliche Klemmkraft je Schraube bei Reibschluss (ohne Kerbstifte)  $F_k = \frac{F_Q}{\mu * z}$

z... Anzahl der Schrauben ;  $\mu$ ... Reibbeiwert der Verbindung

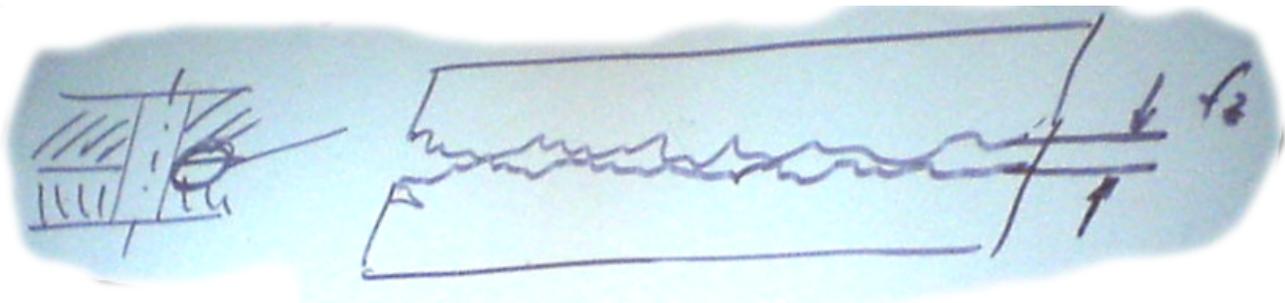
Beispiel Trägeranschluss

#### 4.3.7 Setzen der Verbindung

zusätzlich zu elastischer Verformung tritt „setzen“ auf

→ Plastisches Einebnen der Oberflächenrauigkeiten

→ Setzbetrag  $f_z$



$$\frac{F_z}{F_M} = \frac{f_z}{f_{SM} + f_{pM}} = \frac{f_z}{\delta_S * F_M + \delta_p F_M}$$

Aus Versuchsergebnissen ist bekannt:

- Gesamtsetzbetrag ist nahezu unabhängig von:
  - Anzahl der Trennfugen
  - Größe der Rauigkeit der Teilflächen

Für gewisse Verbindungen mit Schrauben nach DIN 931

$$f_z \approx 3,29 \left(\frac{l_k}{d}\right)^{0,34} * 10^{-3} \text{ mm} \quad l_k \text{ Klemmlänge} \quad d \dots \text{ Schraubendurchmesser}$$

Grenzflächenpressung darf nicht überschritten werden, andernfalls tritt kriechen ein:

→ Setzbeträge werden unkontrolliert größer

#### 4.3.8 Montage der Schraubenverbindungen

Streuung der Montagevorspannkraft  $F_M$ :

- Fehler beim Abschätzen der Reibungsverhältnisse
- Streuung des Anziehmomentes durch die Anziehmethode
- Streuung des Anziehmomentes durch das Anziehwerkzeug

Notwendigkeit zur Überdimensionierung der Schraube

→ Anziehfehler  $\alpha_A$

$\alpha_A$  berücksichtigt Streuung zwischen minimaler und maximaler Montagevorspannkraft

$$\alpha_A = \frac{F_{Mmax}}{F_{Mmin}}$$

$\alpha_A$  hängt ab von:

- Montagemethode
- Zuordnung zu Verschraubungsklassen nach VDI 2230

Kräfte und Momente sind beim Anziehen:

$$M_A = M_G + M_k \quad M_A \dots \text{ Gesamtanziehmoment ;}$$

$M_G \dots$  Gewindereibmoment ;

$M_k \dots$  Kopf- und Mutterreibmoment

$$M_G = \frac{F_M * \alpha_2}{2} * \tan(\varphi + \zeta') \quad \alpha_2 \text{ Flankendurchmesser des Bolzengewindes}$$

$\varphi$  Steigungswinkel

$\zeta'$  Reibungswinkel

### 1. Näherung des Gleichgewichts zu $M_G$

$$\tan(\varphi + \zeta') = \tan \varphi + \tan \zeta'$$

für Flankenwinkel  $\alpha = 60^\circ$  (metrisches Gewinde)

$$M_G = \frac{F_M * \alpha_2}{2} * \left( \frac{p}{\pi * d_2} + 1,155 \mu_G \right)$$

$$M_G = F_M * 0,16 p + 0,58 \mu_G * d_2$$

$$M_l = \frac{D_{km}}{2} * \tan \zeta * F_M$$

$$M_A = M_G + M_k$$

Der überwiegende Teil des erforderlichen Anziehmomentes ist zur Überwindung der Reibung an der Auflageflächen bzw. im Gewinde erforderlich (ca. 80-90%)

Beanspruchung der Schraube beim Anziehen

Neben der Zugspannung entsteht auch eine Torsionsbelastung in der Schraube:

Beim Anziehen werden Fließbeginn und Zughöchstkraft des Schraubenbolzens durch die gleichzeitig wirkende Zugspannung  $\sigma_M$  und Torsionsspannung  $\tau$  beeinflusst.

$$\frac{\tau}{\sigma_M} = \frac{M_G * A_0}{W_p * F_M} = \frac{2d_2}{d_0} \left( \frac{p}{\pi * d_2} + 1,155 \mu_G \right)$$

$A_0$ ... kleinster Querschnitt

$d_0$ ... zugehöriger Durchmesser

$W_p$ ... Widerstandsmoment

→ resultierende Gesamtbeanspruchung mittels GEH (GestaltänderungsEnergieHypothese):

$$\sigma_{res} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3\tau^2}$$

Es wird eine  $v$ -prozentige Auslastung der Mindeststreckgrenze  $R_{p0,2}$  zugelassen:

$$\frac{v * R_{p0,2}}{\sigma_M} = \frac{\sigma_{ges}}{\sigma_M} = \sqrt{1 + 3 \left( \frac{\tau}{\sigma_M} \right)^2}$$

$$\sigma_M = \frac{v * R_{p0,2}}{\sqrt{1 + 3 \left( \frac{2d_2}{d_0} \left( \frac{p}{\pi * d_2} + 1,155 \mu_G \right) \right)^2}}$$

$d_0 = d_s$  im Spannungsquerschnitt  $A_s$ , bei Dehnschrauben mit Taillendurchmesser  $d_T < d_s$  wird  $d_0 = d_T$

→ Montagespannkraft:

$$F_M = \sigma_M * A_s \quad \text{bzw.} \quad F_M = \sigma_M * A_T \quad \text{für Schachtschrauben bzw. Dehnschrauben}$$

Diese Montagevorspannkraft sind für  $v = 0,9$  (90%ige Ausnutzung der Streckgrenze) in VDI2230 tabelliert

### 4.3.9 Rechenschritte des linearen Berechnungsganges

Oben genannte Einflüsse wurden in der Hauptdimensionierungsformel berücksichtigt:

→ Montagezustand garantiert erforderliche Mindestklemmkraft:

$$F_{Mmax} = \alpha_A * F_{Mmin}$$

$$F_{Mmax} = \alpha_A (F_{kerf} + (1 - \Phi) * F_A + F_z)$$

$F_{kerf}$  erforderliche Klemmkraft

$F_A$  Axialkraft

$F_z$  Vorspannkraftverlust durch Setzen

$\Phi$  Kraftverhältnis

Dauerhaltbarkeit in Betrieb erfordert 3 zusätzliche Bedingungen:

1. Einhaltung der maximal zulässigen Schraubenkraft

$$\frac{n * \Phi_k * F_A}{A_S} \leq 0,1 R_{p0,2} \quad \text{Schachtschrauben}$$

$$\frac{n * \Phi_k * F_A}{A_T} \leq 0,1 R_{p0,2} \quad \text{Dehnschrauben (Taillenschrauben)}$$

2. Einhaltung der zulässigen Dauerschwingbeanspruchung bei wechselnden Betriebskräften zwischen  $F_{Amax}$  und  $F_{Amin}$

$$\sigma_A = \frac{n * \Phi_k * F_{Amax} - F_{Amin}}{2 * A_{d3}} \leq \sigma_{Azul}$$

3. Einhaltung der Flächenpressung an der Kopf- und Mutterauflagefläche

$$p = \frac{F_{Smax}}{A_p} = \frac{F_{Mmax} + n * \Phi_k * F_A}{A_p} \leq p_{G,zul}$$

### 4.3.10 Berechnungsgang bei Längskraftbeanspruchung

R1: Wahl der Schraubenart (Konstruktion und Montagemöglichkeit), Festigkeitsklasse

→ tab. Ermittlung des überschüssigen Schraubendurchmessers

R2: Bestimmung des Anziehungsfaktors  $\alpha_A$  nach gewählter Montagemethode

R3: Bestimmung der erforderlichen Mindestklemmkraft (abhängig von Konstruktion, Abdichtung, Querkräften, Setzerscheinungen)

R4: Bestimmung des Kraftverhältnisses  $\Phi_k$

R5: Bestimmung des Vorspannkraftverlustes durch Setzen

R6: Bestimmung der erforderlichen Schraubengröße durch Vergleich mit Tabellenwerten

$$F_{Mmax} \leq F_{M, Tabelle}$$

R7: Wiederholung R4-R6

R8: Kontrolle auf Einhaltung der max. zulässigen Schraubenkraft

R9: Kontrolle der maximal zulässigen Dauerschwingbeanspruchung

R10: Nachrechnung der Flächenpressung unter Kopf- bzw. Mutterauflage

## 4.4 Selbsttätiges Lösen und Sichern

Vorspannkraft kann abfallen → Lösen

- Lockern: Infolge Setzen bzw. Kriechen der Schraubenverbindung
- Losdrehen: Selbsttätig, wegen Relativbewegung der Kontaktflächen

→ Unterscheidung:

- Setzsicherungen
- Losdrehsicherungen (Verliersicherungen), können teilweises Losdrehen nicht verhindern, wohl aber das vollständige Auseinanderfallen der Verbindung

Eine richtig ausgelegte Schraubenverbindung braucht i.A. keine Schraubensicherung.

Im ungünstigsten Fall kann die Verbindung durch unsachgemäße Sicherungselemente beeinträchtigt werden.

Notwendig für Sicherung:

- wenn aus konstanten Gründen selbsttätiges Lösen nicht verhindert werden (begrenzte Vorspannkraft, sehr kurze Schrauben)

Konstruktive Möglichkeiten zur Verhinderung des Setzens:

- Verwendung längerer Schrauben (auch mit Hülsen)
- Erhöhung der Klemmkraft durch höherfeste Schrauben

Maßnahmen gegen Losdrehen:

- Ausreichend hohe Klemmkraft gegen Querverschiebungen  
(Vorspannkraft erhöhen durch höhere Festigkeitsklasse oder größeren Schraubendurchmesser)
- Erhöhung der elastischen Dehnung (größere Klemmlänge, kleineres E-Modul des Schraubenwerkstoffes)
- kleineres  $W_p$  des Schaftes (Dehnschrauben)
- Schlupfbegrenzung (Passschrauben, oder sonstige Formschlusselemente)
- größere Reibung/Haftung an den Auflageflächen
- größere Reibung im Gewinde, aber nicht beim Anziehen

## 4.5 Gestaltungshinweise und Dauerhaltbarkeit von Schraubenverbindungen

### 4.5.1 Kerbwirkung an Schrauben

Kerben mindern Schwingfestigkeit

→ Querschnittsübergänge sind kerbarm zu gestalten

Übergang Gewinde/Mutter ist bruchentscheidend

### 4.5.2 Mindesteinschraubtiefe

Spannungen im Gewinde überschreiten die Streckgrenze → plastische Verformung

→ tiefer liegende Gewindegänge tragen dann mit

Zunehmende Haltbarkeit der verschraubten Gewindegänge mit größerer Mutterhöhe begrenzt die Haltbarkeit des Schraubenbolzens

→ Ab einer kritischen Einschraubtiefe versagt daher immer der Schraubenbolzen (Werte für Sacklochgewinde sind tabelliert)

#### **4.5.3 konstruktive Maßnahmen zur Erhöhung der Dauerfestigkeit**

- Erhöhung der Elastizität (Dehnschrauben)
- Elastische Kopfform der Mutter (siehe Folie)
- Versteifung der verspannten Bauteile
- Verlagerung des Kraftangriffspunktes in das Innere der verspannten Teile
- Möglichst keine Scheiben/Sicherungsringe mitverspannen
- Einsatz kaltverfestigter Gewinde mit höheren Festigkeiten
- Verminderung der Spannungskonzentration im ersten Gewindegang → Formgebung der Mutter
- Ausreichendes Anziehen bis zur Streckgrenze, Wahl der richtigen Anzugsverfahrenklasse

#### **4.5.4 Dehnschrauben**

Ziel: Kraft  $F_{SA}$  und damit die Dauerschwingbelastung sollten geringer gehalten werden:

Maßnahmen:

- Schraube dehnelastisch
- verspannte Teile steifer gestalten (siehe Folie 32)

Einsatzgebiete:

- thermisch beanspruchte Verbindungen
- bei überüberlagerten Biegewechselbeanspruchungen  
z.B. Verbrennungsmotoren (Pleuelstange und Zylinderköpfe)
- Gestaltung als:
  - Schaftschraube
  - hohlgebohrt Schraube

Problem: Hohe Torsionsbelastung beim Anziehen ist zu vermeiden, da schon hohe Zugspannung vorliegt

## **4.6 Bewegungsschrauben und Spindeln**

Umwandlung von Dreh- in Längsbewegung (teilweise auch umgekehrt)

Erzeugen großer Kräfte (z.B. bei Pressen) - teilweise Ersatz durch Hydraulik

Möglichst Trapezgewinde einsetzen

Bei rauhem Betrieb und stoßartiger Belastung keine Rundgewinde verwenden

Bei einseitiger Belastung ist Sägengewinde zu bevorzugen (Werkstoffe siehe AH)

Maßgeblich zur Bemessung:

- Flächenpressung im Gewinde
- Knicken bei langen Spindeln unter Druck

#### 4.6.1 Bewegungsverhältnisse

Gewinde darf nicht selbsthemmend sein:

--> Steigungswinkel  $\alpha >$  Reibungswinkel  $\rho'$

Reibmoment im Gewinde:

$$M_b = \frac{F * d}{2} * \tan(\alpha \pm \rho)$$

Gleitreibungswinkel  $\rho'$  ist werkstoffabhängig (für Muttern):

Gusseisen trocken  $12^\circ$

CuZn, CuSn trocken  $10^\circ$

CuZn, CuSn geschmiert  $6^\circ$

Kunststoffe, trocken  $6^\circ$

Kunststoffe, geschmiert  $2,5^\circ$

Wirkungsgrad – Dreh- Längsbewegung (Arbeitshub)

Verhältnis der nutzbaren Hubarbeit  $W = F * \rho_h$

zur aufgebrauchten Arbeit  $W_A = \frac{F_u * d_2}{2} * 2\pi$

$$\eta_A = \frac{W}{W_A} = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \rho')}$$

dito für Längs- und Drehbewegung (Rückhub)

$$\eta_R = \frac{\tan(\alpha - \rho')}{\tan \alpha}$$

Grenzfall:  $\alpha = \rho' \rightarrow \eta_R < 0,5$

#### 4.6.2 Nachprüfung der Spindel

Verdrehbeanspruchter Teil: Spannung resultiert aus:  $M_b$

kritischer Querschnitt: Kernquerschnitt  $A_3$ , dort wirkt auch Zug-/Druckbeanspruchung gleichzeitig zum Drehmoment

--> Festigkeitsnachweis durch Bildung einer Vergleichsspannung

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{d(z)}^2 + 3(\alpha_0 * \tau_t)^2} \leq \sigma_{d(z),zul}$$

$\sigma_{d,zul}$  folgt aus Werkstoffkennwert  $R_{p0,2}$  mit folgender Sicherheit:

S=1,5 ruhende Belastung

S=2 dynamische Belastung

$$\sigma_{d,zul} = \frac{R_{p0,2}}{S}$$

Bei längeren Spindeln --> Nachweis der Knicksicherheit

Schlankheitsgrad für Spindeln:

- rechnerische Knicklänge  $l_k$
- Kerndurchmesser  $d_3$

- Euler-Knickfälle ( elastisch, unelastisch nach TETMAJER, Grenze bei Stahl  $\lambda_G=89$  )

$$\lambda = \frac{4 * l_k}{d_3}$$

$$\sigma_k = \frac{E * \pi^2}{\lambda^2} \quad \text{Euler}$$

$$\sigma_k = 3,55 - 0,62 * \lambda \quad \text{Tetmajer}$$

Ausreichende Sicherheit:

$$n_{\ddot{u}} = \frac{\sigma_k}{\sigma_v} > n_{\ddot{u}_{erf}} \quad n_{\ddot{u}_{erf}}: 3...6 \text{ elastisch}$$

2...4 unelastisch

Für  $\lambda < 20$  erübrigt sich die Nachweis auf Knickung

### Nachprüfung der Flächenpressung

Einhaltung der Flächenpressung p an Gewindeflanken ist entscheidend:

$$p = \frac{F * P}{l_1 * d_2 * \pi * H_1} \leq p_{zul}$$

l1: Länge des Muttergewindes

H1: Flächenüberdeckung

P: Steigung (Hub)

F: Kraft

p: Flächenpressung

Wegen der ungleichmäßigen Verteilung im Gewinde soll l1  $< 2,5 * d$  sein

## **5. Fügeverfahren**

Kleben, Lötten, Schweißen, Nieten

Fügeverfahren werden gegliedert nach lösbaren und unlösbaren Verbindungen

Def. Unlösbar: Trennen der gefügten Teile ist nur durch Zerstörung der Verbindung möglich

### 5.1 Schweißen

#### **5.1.1 Schmelzschweißen und Pressschweißen**

Schmelzschweißen: Verbinden metallischer Werkstoffe unter Anwendung von Wärme (ohne Druck)

Pressschweißen: Wärme UND Druck

Pressschweißen weit verbreitet wegen geringem Zeitaufwand --> Serienfertigung (Schweißen von Karosserien bzw. PKW-Blechen)

Laserschweißen: Bsp. Verzinkte Bänder endlos schweißen

#### **5.1.2 Schmelzschweißverbindungen**

## Definition

Vereinigen von artgleichen Werkstoffen unter Anwendung von Wärme in einem örtlich begrenzten Bereich ( Schweißzone ) im flüssigen Zustand, ohne Anwendung von Kraft/Druck

Schweißzusatz (Stäbe oder Drähte) artgleichen Werkstoffes wird in der Schweißzone abgeschmolzen

- Ziehen von Nähten, auch in Lagen übereinander
- Bei gleicher Steifigkeit und Festigkeit kann bei geschickter Gestaltung die Schweißkonstruktion bis zu 50% leichter als Gußkonstruktion

## Nachteile:

- Verziehen der Bauteile
- schädigende Gefügewandlung
- Eigenspannungen --> Spannungsarmglühen bis zu bestimmter Größe  
--> Schweißfolgepläne
- Kontrolle der Haltbarkeit durch Inaugenscheinnahme nicht möglich:
  - Ultraschall oder Röntgenverfahren zur Prüfung

### **5.1.3 Nahtarten und -formen**

gebräuchliche Nahtarten:

- Stumpfnähte
- Kehlnähte

## **5.2 Gestaltung**

1. Kraftumlenkungen in Schweißzone vermeiden
2. Zugbeanspruchungen der Nahtwurzel vermeiden
3. Nahtanhäufungen vermeiden
4. geringes Nahtvolumen anstreben
5. Halbzeuge bevorzugen (Bsp. T-Träger kaufen statt 3 Bleche schweißen)
6. teure Vorarbeiten vermeiden
7. auf Zugänglichkeit beachten

### **5.3 Schweißeignung der Werkstoffe**

Stähle:Schweißeignung hängt ab von:

- Kohlenstoffgehalt (Aufhärtung)
- Erschmelzungs- und Vergießungsart
- bei legierten Stählen von der Menge der Legierungsanteile

Allgemein gilt:

- kohlenstoffarme Stähle (<0,22% C) sind gut schweißbar
- kohlenstoffreiche Stähle nur bedingt, da Problem der Härtungseignung

--> Martensitbildung bei zu hohen Temperaturen und zu schnellem Abkühlen

--> Festigkeitsabfall / Sprödbbruch

### Eisen-Kohlenstoff-Gußwerkstoffe

Stahlguß ist gut schweißgeeignet (Ausnahme GS 60)

GS45 und GS52 eventuell vorwärmen

GS16Mn5 GS20 Mn5 bei besonderen Anforderungen an Schweißseignung und Zähigkeit

### Nichteisenmetalle

Aluminium und dessen Leg. Sind unter Schutzgas (MIG-Schweißen) meist gut schweißbar

## 5.6 Berechnung von Spannungen in Schweißnähten

Ermittlung der Beanspruchungen in allen tragenden Nähten:

Vergleich mit zulässigen Spannungen (Beanspruchbarkeit), je nach Produktart eigene Vorschrift:

- Brückenbau
- Kranbau
- Eisenbahnfahrzeug
- Stahlbau DIN 18800
- Baggerbau (Tagebaugroßgeräte)
- Behälter / Druckkessel
- Schiffbau
- Windenergieanlagen

### Normalspannungen in Schweißnähten

Annahme: gleichmäßige Verteilung der Zug- und Druckspannungen über der Schweißnahtfläche

$$\sigma_w = \frac{F}{A_w} = \frac{F}{\Sigma(a * l)} \quad a \dots \text{Nahtquerschnitt ; } l \dots \text{Nahtlänge}$$

### Schubspannungen in Schweißnähten

Schnittkraft wirkt tangential (längs) in der Anschlussebene --> Schubbeanspruchung

$$\tau_w = \frac{F}{A_w} = \frac{F}{\Sigma(a * l)} = \frac{F}{\Sigma(t * l)}$$